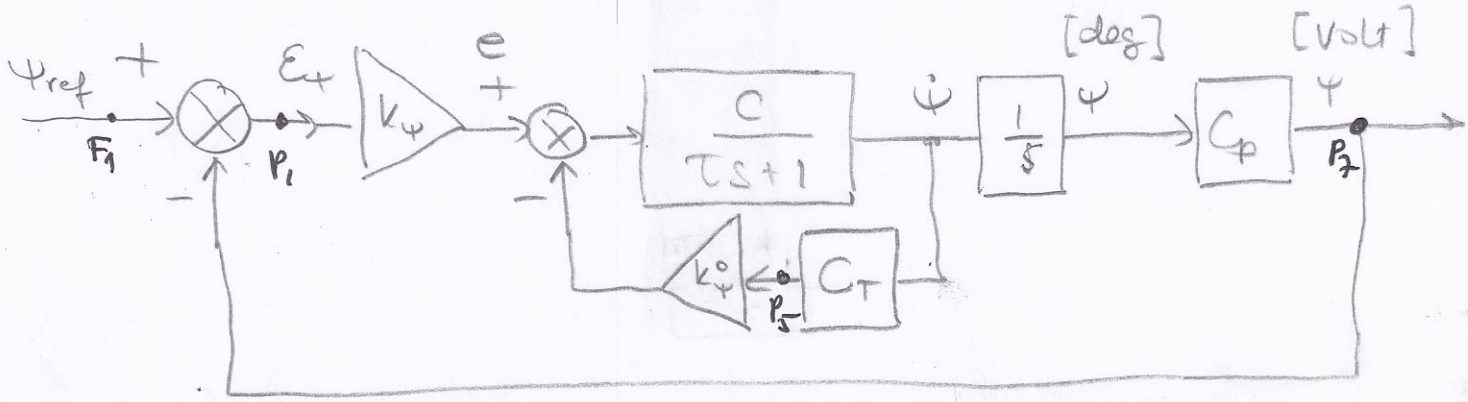
30.5.2006

2.3.1. Tachometer feedback



Root Contour with $k_{\dot\psi}$ parameter

<u>inner loop</u>

$$\left.\frac{\dot\psi}{e}\right|_{cl} = \frac{\frac{C}{\tau s+1}}{1+\frac{C}{\tau s+1}\cdot k_{\dot\psi} C_T} = \frac{C}{\tau s+1+CC_T\cdot k_{\dot\psi}}$$

<u>outer loop:</u>

$$1+GH = 1+\frac{k_\psi\cdot C\cdot C_p}{s\cdot[\tau s+1+CC_T k_{\dot\psi}]}$$

$$\Delta(s)_{cl} = \tau s^2 + s + k_{\dot\psi}\cdot CC_T\cdot s + k_\psi\cdot CC_p = 0$$

char. eq.: $s^2 + \frac{1+k_{\dot\psi}CC_T}{\tau}s + \frac{k_\psi CC_p}{\tau} = 0$

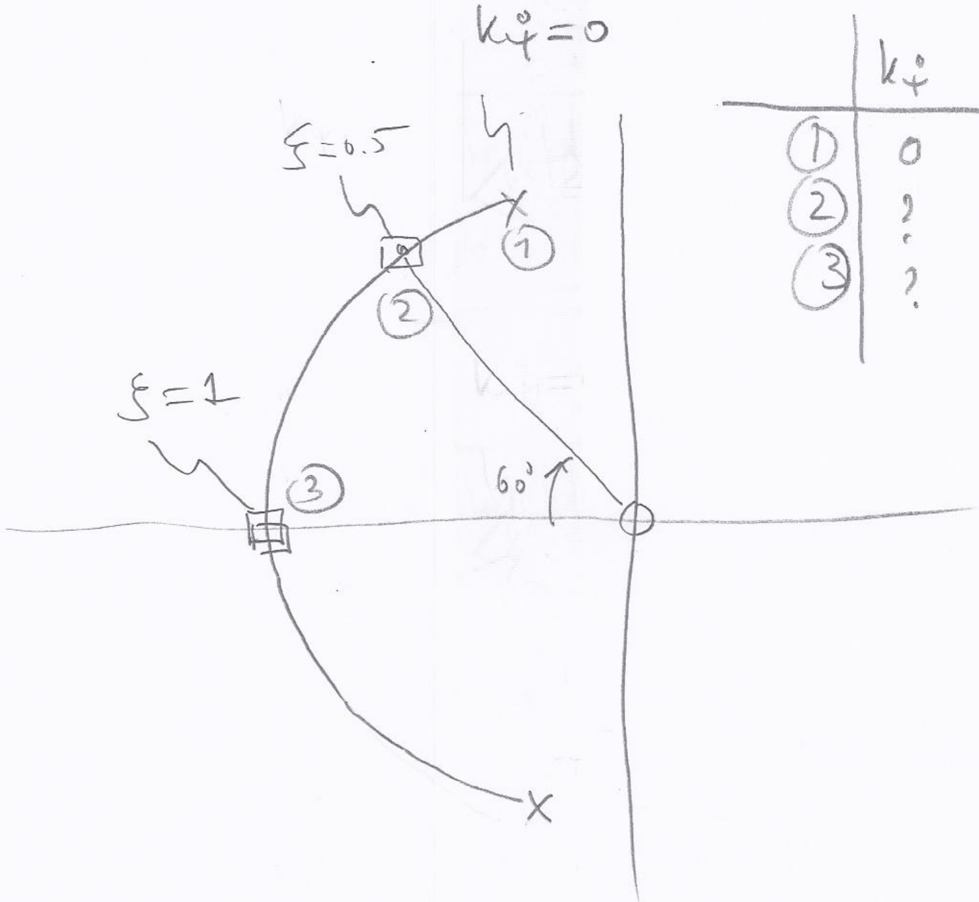
$$k_{\dot\psi}\cdot\frac{C\cdot C_T}{\tau}\;\frac{s}{s^2+\frac{1}{\tau}s+\frac{k_\psi CC_p}{\tau}} + 1 = 0$$

$\hat= k'_{\dot\psi}$ $\qquad \underbrace{}_{\tilde{G}H}$

ω_n^2 … $\Leftarrow k_{\dot\psi}$ …

from previous exp.: C, C_p, τ

choose $k_\psi = 1$



	$k_{\dot{\varphi}}$	ξ
①	0	?
②	?	0.5
③	?	1.0

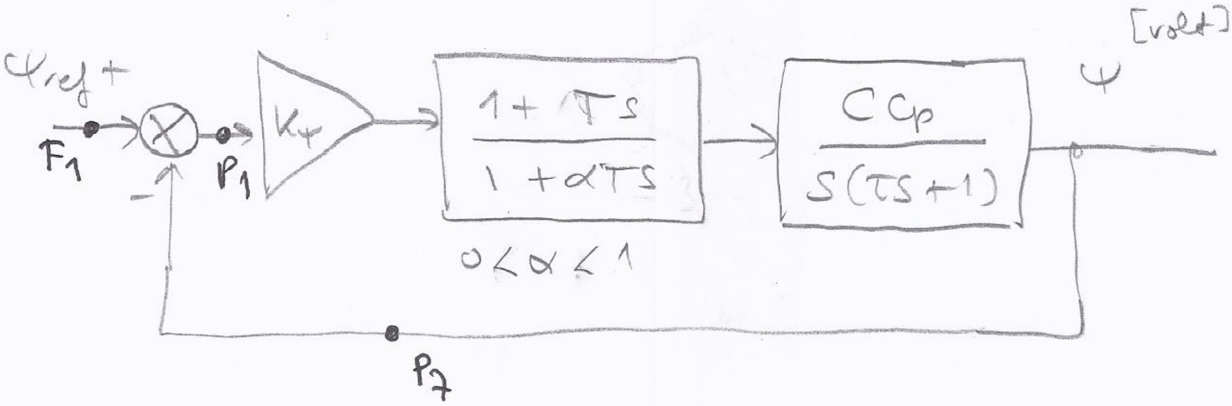
in step(2) → setup for $k_{\varphi}=1$ without tacho feedback

step(3) → validate that is corresponds to the poles of 1

step(4) gain at ω_n is $-20\log 2\xi$ ⇒
for $\xi=0.5$ → gain at ω_n is 0 db
find the value of $k_{\dot{\varphi}}$ of the pole of ②

step(5) for $\xi=1$ gain $= -20\log 2 = -6$ db
find the value of $k_{\dot{\varphi}}$ of the poles of ③

2.3.2 lead/lag network



Olt of system without correction network:

$$\left.\frac{\Psi}{\Psi_{ref}}\right|_{oe} = \frac{C C_p \cdot k_\Psi}{s(\tau s + 1)}$$

closed: LTF $F_1 \rightarrow P_7$

open: LTF $P_1 \rightarrow P_7$

prepare an input file for MIS:

$$\tau \ddot{\Psi} + \dot{\Psi} = C C_p k_\Psi \Psi_{ref}$$

$$\ddot{\Psi} = -\frac{1}{\tau} \cdot \dot{\Psi} + \frac{C C_p}{\tau} k_\Psi \cdot \Psi_{ref}$$

$$\underline{x} \mathrel{\hat{=}} \begin{bmatrix} \dot{\Psi} \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{C C_p k_\Psi}{\tau} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{\Psi_{ref}}_{u}$$

$$y \mathrel{\hat{=}} \Psi$$

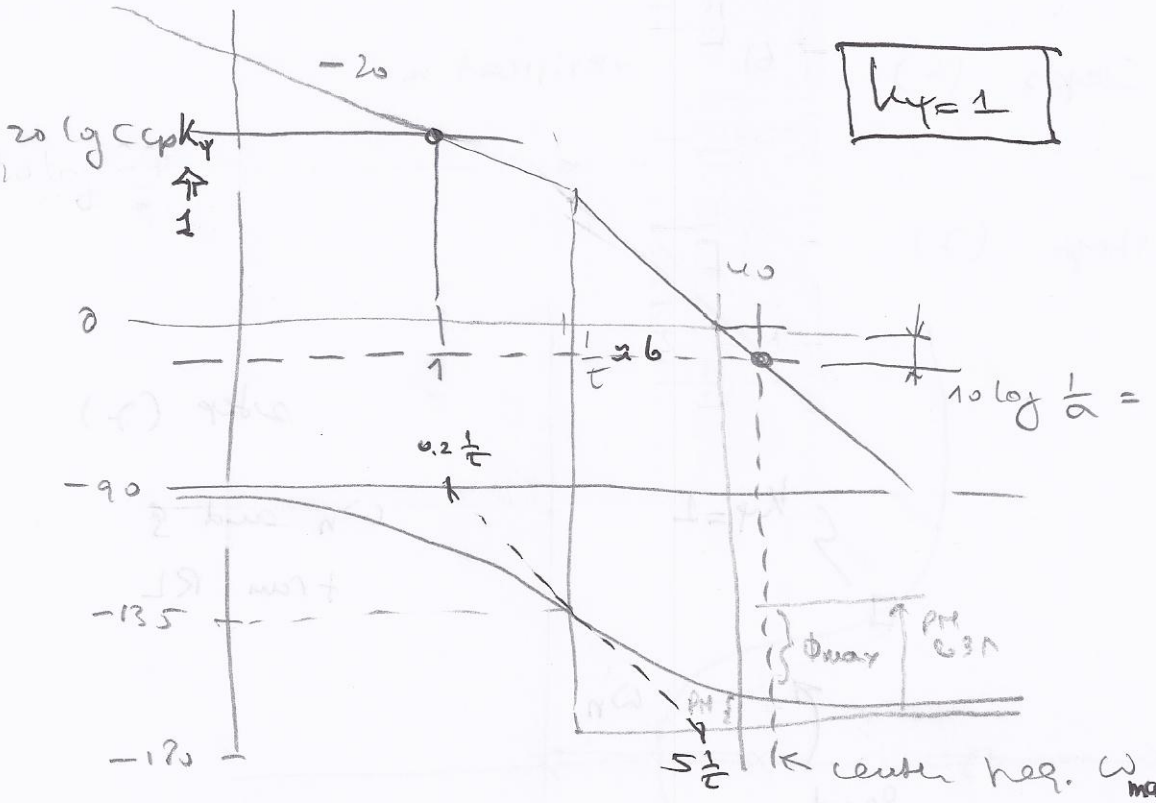
$$y \mathrel{\hat{=}} \Psi = \underbrace{[0 \;\; 1]}_{C} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} & 0 & \frac{C C_p}{\tau} k_\Psi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{\tau} \approx -6 \qquad C C_T \approx 3.8 \qquad \frac{C C_p}{\tau} = C C_T \frac{C_p}{C_T} \frac{1}{\tau} = 3.8 \cdot \frac{500}{20} \cdot 6$$

$$1\,V \mathrel{\hat{=}} 500\ \text{deg/sec}$$

$K_v = 1$



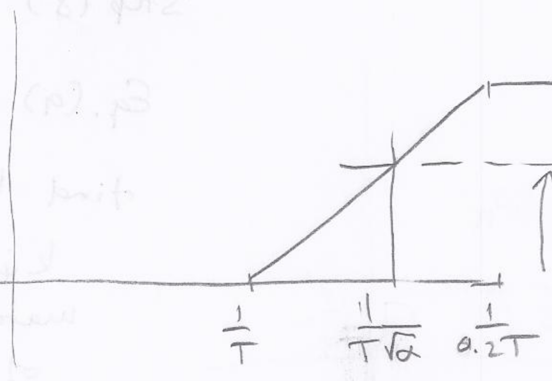
← center freq. $\omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$

$T = \frac{1}{\omega_{max} \cdot \sqrt{\alpha}}$

The network:

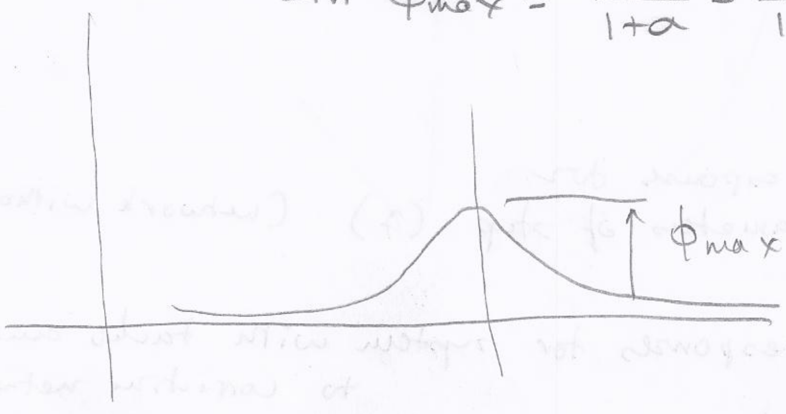
$$\frac{1 + T \cdot s}{1 + \alpha T s} \qquad \alpha = 0.2$$

$$\boxed{T = \frac{2.2}{\omega_{max}}}$$



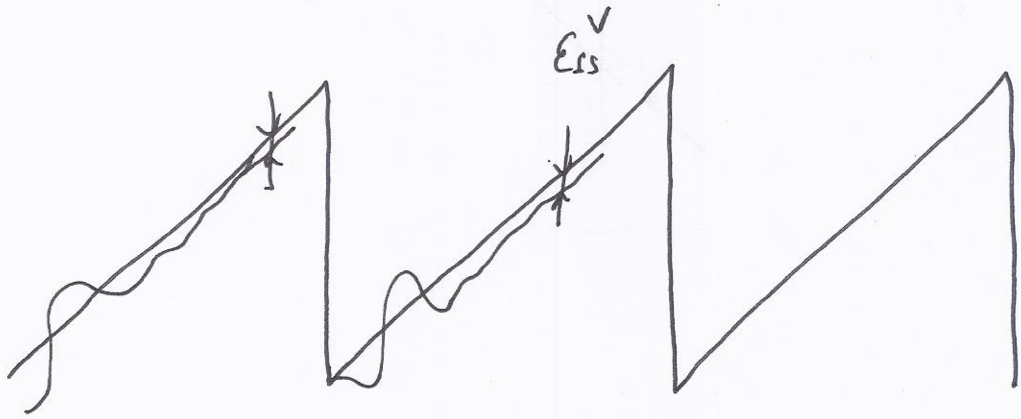
$10 \log \frac{1}{\alpha} = 10 \log 5 \cong 7$ db

$$\sin \Phi_{max} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} = \frac{1-0.2}{1+0.2} = \frac{0.8}{1.2} = \underline{41.8^\circ}$$



2.3.3 ramp inputs:

sawtooth:



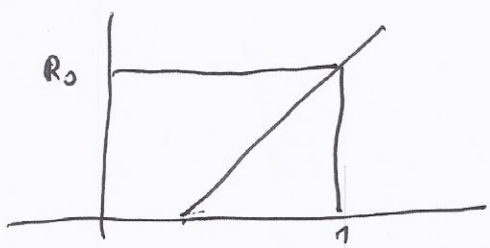
- record ε_{ss}^{v} for the case of the correction network and the case of tacho feedback

- verify that for the correction network the error is smaller

__remark:__ in the report you have to compute ε_{ss}^{v} __analytically__. Use the fact that

$$\varepsilon_{ss}^{v} = \frac{R_0}{K_v} \qquad K_v = \lim_{s \to 0} sKGH$$

R_0:



(1) tacho feedback: $K_v = \frac{k_\varphi C C_p}{1 + C C_T k_\varphi}$

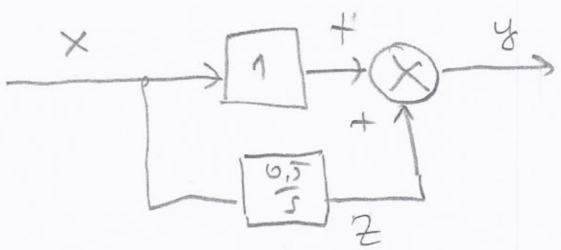
(2) with corr. network: $K_v = k_\varphi \cdot C C_p$

2.3.4. Steady-state errors resulting from steady load

step (1) steady-state error for the setting of step (8) Section 2,3,2

step (2) the input file:

$$G_c(s) = 1 + \frac{0.5}{s}$$



$$z = \frac{0,5}{s} \cdot x \Rightarrow$$

$$\underbrace{\dot{z}}_{\dot{x}} = 0 + 0.5\, \underbrace{x}_{u}$$

$$\underline{x} \triangleq [z] \qquad \underline{u} \triangleq x$$

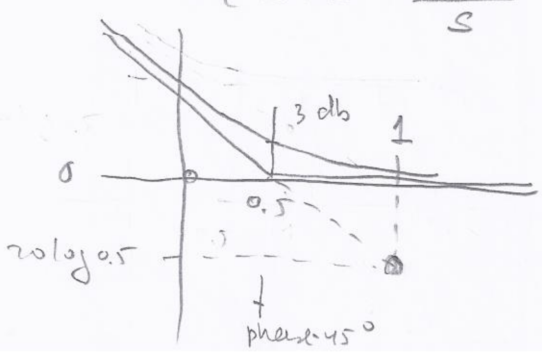
$$y = \underbrace{1}_{C} \cdot z + \underbrace{1}_{D} \cdot x$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

see that the integral controller zeros the error

step (3) frequency response of the integral controller

$$G_c(s) = \frac{s+0,5}{s} = 0,5 \cdot \frac{\left(\frac{s}{0,5}+1\right)}{s}$$



step (4) bandwidth of the CLTF

28.10.97 | (08231) | בקרה 1

6.3.2001 (84735)

תרגילים 15% (כולל מחשב, חובה)

בחן 35% (רשות) 19.12.97

בחינה 50% (על כל החומר) 16.2.98 / 6.3.98

100%

97'

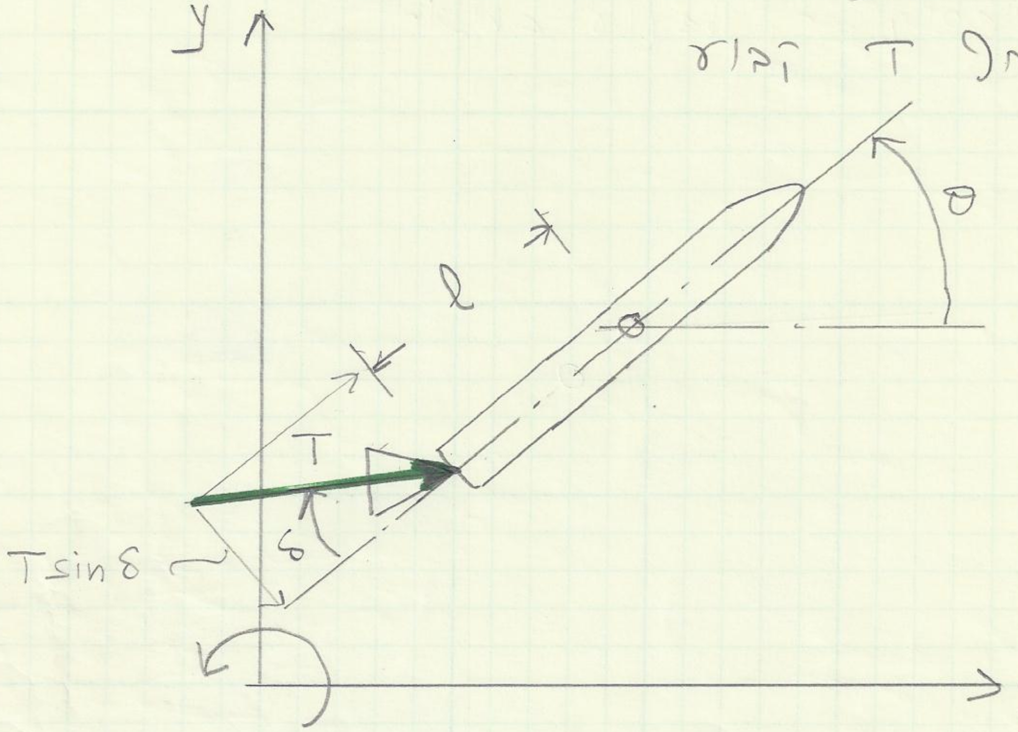
בקרה 1: המשך של מערכות דינמיות

- מבוא לתחום הבקרה
- מכשור (במוד)
- בקרה אוטומטית
- ניווט והנחייה
- בקרה לא לינארית
- בקרה דיסקרטית
- רב משתנים, רובסטי, אופטימלי

- נותן את הכלים המתמטיים והטכניקות לאנליזה ותכנון של מערכות בקרה
- מערכות בקרה יש בכל מקום, לא רק במטוס
- הקורס בטכניון - 1515
- לעבור על הסילבוס

דוגמה של מערכת בקרה

- ייצוב כיוון של טיס הטס בחלל
- שלב האצה
- הדחף T קבוע



מפתחים את המודל הדינמי, כלומר, הקשר הדינמי בין θ ו δ

$$(1) \quad M = Tl\sin\delta \cong Tl\delta \quad (\delta \ll 1)$$

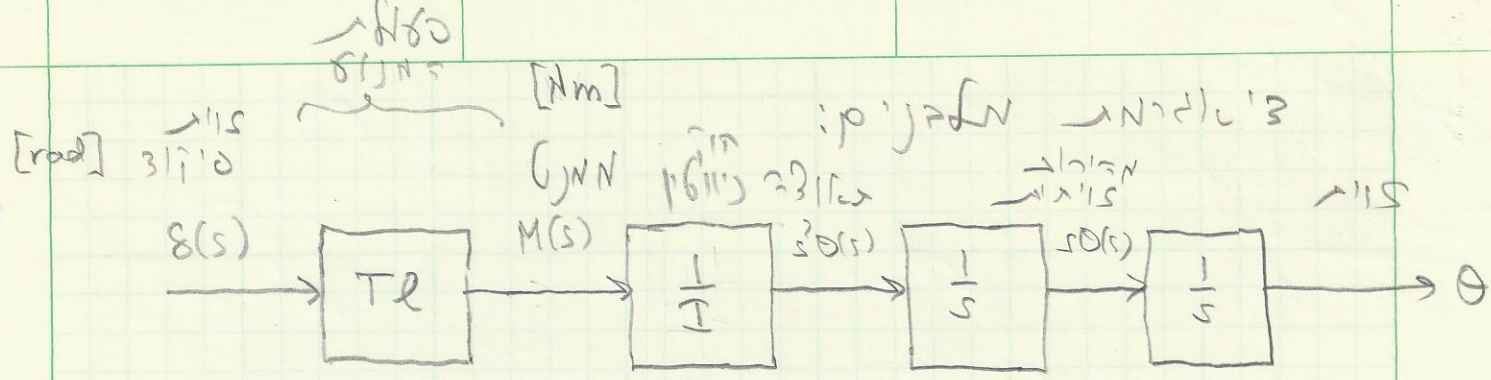
$$(2) \quad M = I\cdot\ddot{\theta}$$

התמרת לפלס:

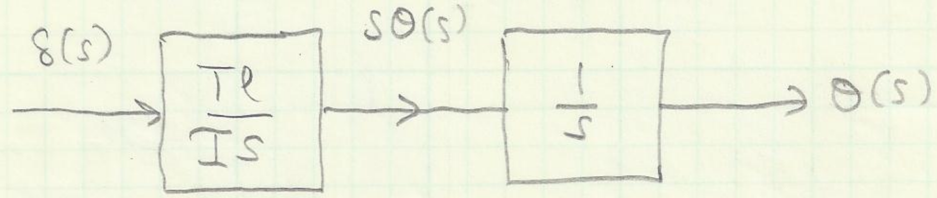
$$(1) \quad M(s) = Tl\,\delta(s)$$

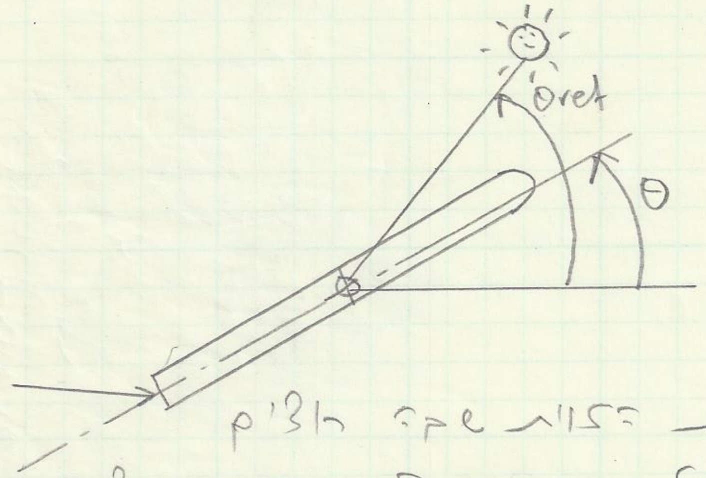
$$(2) \quad M(s) = Is^2\theta(s) \Rightarrow s^2\theta(s) = \frac{1}{I}M(s)$$

דיאגרמת מלבנים:



אפשר לצמצם:





<u>בבקרה ידנית:</u>

1. צריך לדעת את הזווית שבה רוצים לסובב; ← להגדיר θ_{ref} : הערך <u>הרצוי</u>

2. צריך לדעת את הזווית שבה באמת נמצאים ← כלומר, למדוד את θ : הערך <u>המצוי</u>

3. צריך להשוות, ולקבל שגיאת הבקרה:

$$\varepsilon(s) = \theta_{ref}(s) - \theta(s)$$

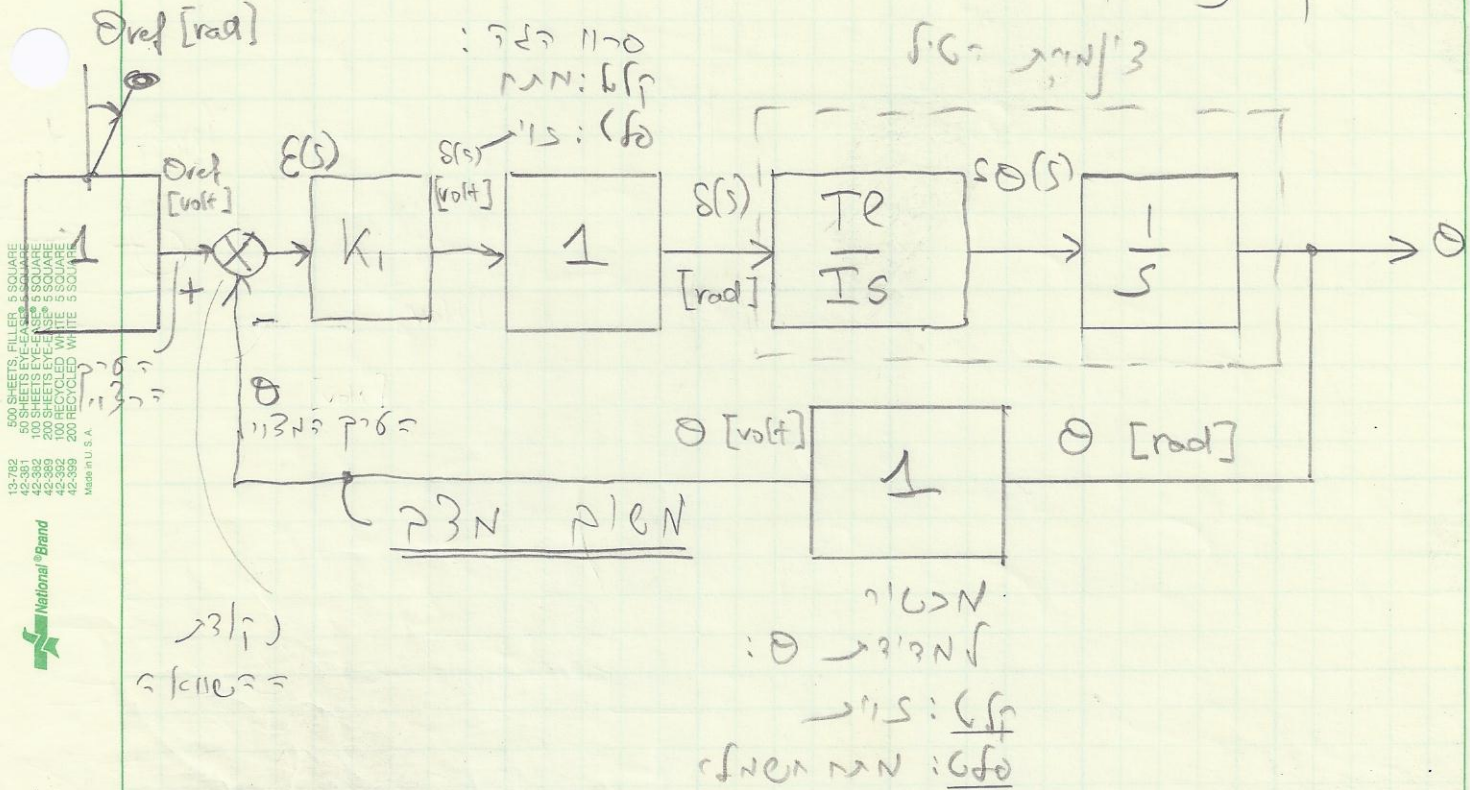
4. חוק הבקרה: המטרה: להקטין את $\varepsilon(s)$

אפשרות היא בקרה יחסית

$$\delta(s) = K_1 \cdot \varepsilon(s)$$

נקודת השוואה

איך נממש את זה?



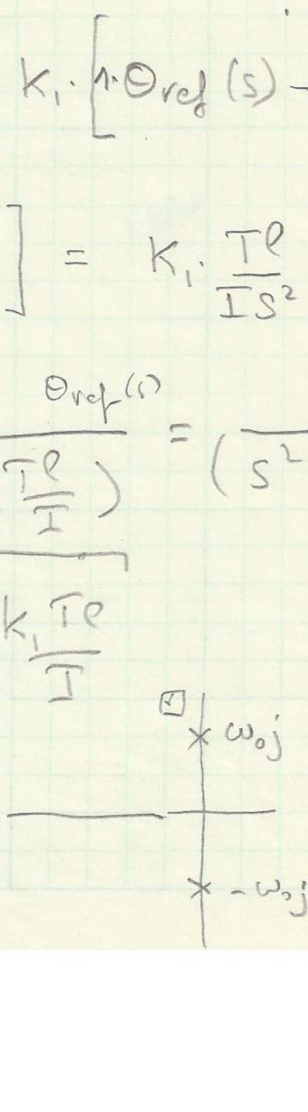
לפי הדיאגרמה:

$$\Theta(s) = \frac{1}{s}\cdot\frac{Tl}{Is}\cdot 1\cdot K_1\cdot\left[1\cdot\Theta_{ref}(s) - 1\cdot\Theta(s)\right]$$

$$\Theta(s)\cdot\left[1 + K_1\frac{Tl}{Is^2}\right] = K_1\cdot\frac{Tl}{Is^2}\,\Theta_{ref}(s)$$

$$\Theta(s) = \frac{K_1\frac{Tl}{I}\,\Theta_{ref}(s)}{\left(s^2 + K_1\frac{Tl}{I}\right)} = \frac{\omega_0^2\,\Theta_{ref}(s)}{\left(s^2 + \omega_0^2\right)} = \frac{1\cdot\Theta_{ref}(s)}{\left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1\right)}$$

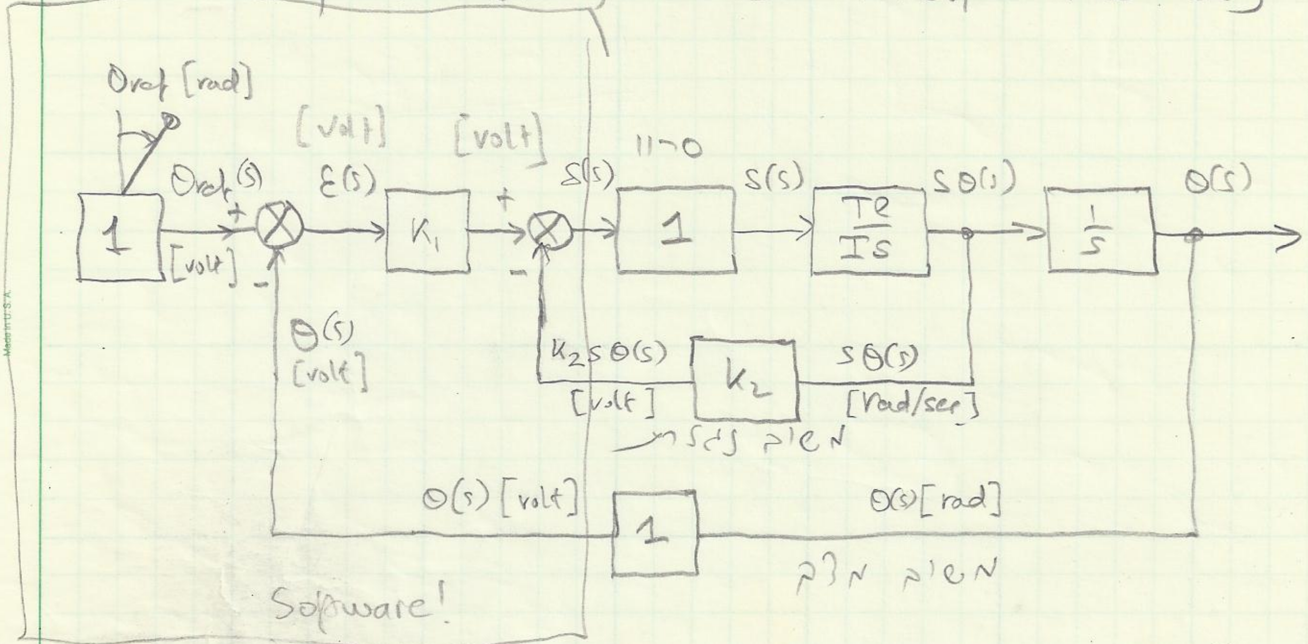
$$\omega_0 \triangleq \sqrt{\frac{K_1 Tl}{I}} \qquad s_{1,2} = \pm j\omega_0$$



המערכת מתנדנדת
בלי ריסון!

תוספת רסון:

מודדים את $s\Theta(s)$ (מהירות זוויתית) בעזרת סביבון
נגזרת: הקלט: מהירות זוויתית, הפלט: וולטים



לפי הדיאגרמה:

$$\underline{\underline{\Theta(s)}} = \frac{1}{s}\cdot\frac{T\ell}{Is}\cdot\left\{K_1\left[\Theta_{ref}(s) - \underline{\underline{\Theta(s)}}\right] - K_2 s\,\underline{\underline{\Theta(s)}}\right\}$$

$$s^2\Theta(s) = K_1\frac{T\ell}{I}\cdot\Theta_{ref}(s) - K_1\frac{T\ell}{I}\Theta(s) - K_2\frac{T\ell}{I}s\,\Theta(s)$$

$$\left[s^2 + K_2\frac{T\ell}{I}s + K_1\frac{T\ell}{I}\right]\Theta(s) = K_1\frac{T\ell}{I}\Theta_{ref}(s)$$

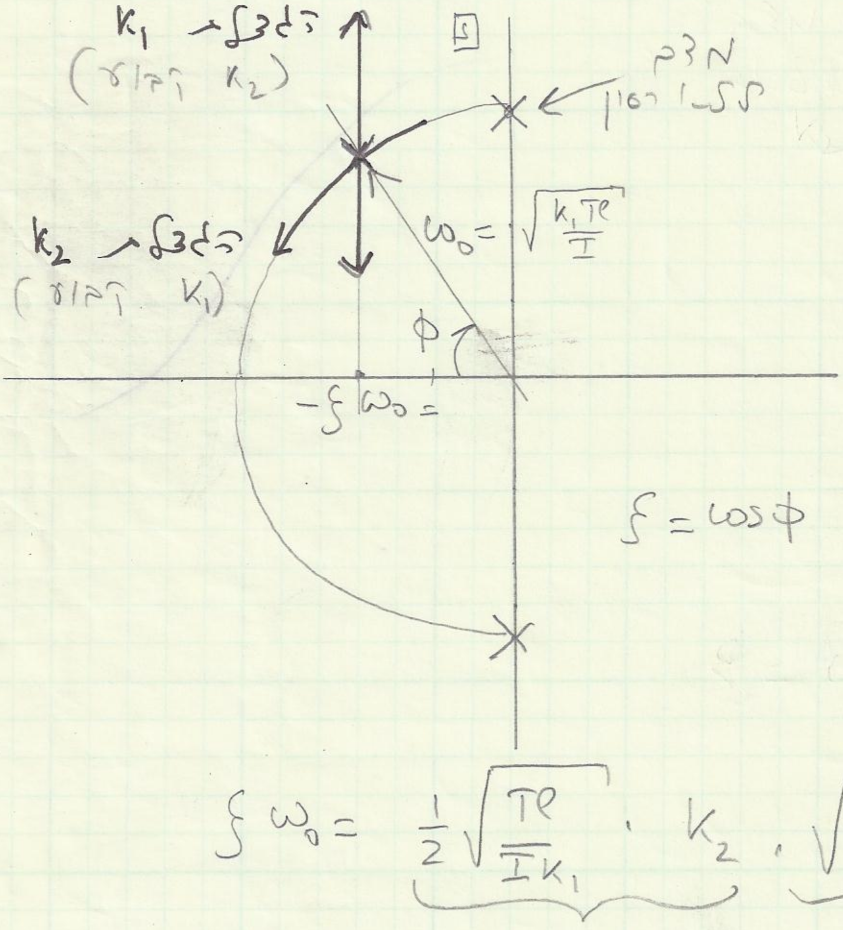
$$\Theta(s) = \frac{1}{\left[\dfrac{s^2}{K_1 T\ell/I} + \dfrac{K_2}{K_1}\cdot s + 1\right]}\Theta_{ref}(s)$$

$$\Theta(s) = \frac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_0^2} + 2\dfrac{\zeta}{\omega_0}s + 1}\cdot\Theta_{ref}(s)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_1 Tl}{I}}$$ כאן קבלנו!

$$\frac{K_2}{K_1} = 2\frac{\xi}{\omega_0} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}\omega_0\frac{K_2}{K_1}$$

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Tl}{I K_1}} \cdot K_2$$



$\xi = \cos\phi$ ריסון

$$\underbrace{\xi}_{}\omega_0 = \underbrace{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{Tl}{I K_1}} \cdot K_2}_{\xi} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{K_1 Tl}{I}}}_{\omega_0} = \frac{1}{2}\frac{Tl}{I}K_2$$

↑ גדל רק
לא K_1 !

מסקנות:

1. ω_0 יחסי ל $\sqrt{K_1}$ ובלתי תלוי ב K_2
כאשר מגדילים את K_1 (K_2 קבוע)
הקטבים נעים "החוצה" לאורך קו אנכי ישר

2. ζ יחסי ל K_2 ויחסי-הפוך ל $\sqrt{K_1}$
כאשר מגדילים את K_2 (K_1 קבוע)
הקטבים נעים "פנימה" לאורך מעגל

שאלות:

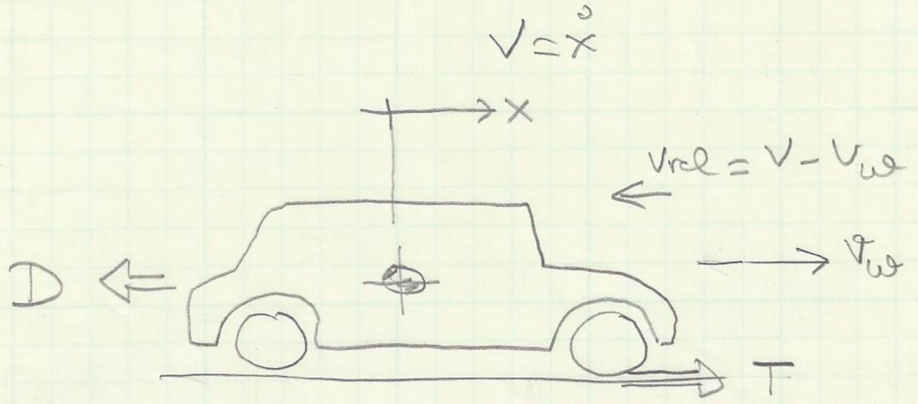
1. האם ניתן לייצב כל מערכת?

2. האם ייצוב תמיד עם משוב נגזרת?

29/10/97 (1 hour)

דוגמה מס' 2

בקרת מהירות של רכב



$$T = C_T \cdot U$$

T – כוח הנעה (Traction)

C_T – מקדם

U – מצב מצערת

$$D = \underbrace{C_D \tfrac{1}{2} \rho A}_{\triangleq C_V} V_{rel}^2$$

D – גרר

V_{rel} – מהירות הרוח היחסי

$$V_{rel} = V - V_w \qquad (V \text{ חיובי בכיוון } V_w)$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \Sigma F = T - D \\ F = C_T U - C_V (V - V_w)^2 = F(V, V_w, U) \end{cases}$$

$$m\ddot{x} = m\dot{V} = F(V, V_w, U)$$

נגדיר מצב נומינלי:

$$\left.\begin{aligned} V &= V_0 + \vartheta \\ V_\omega &= V_{\omega_0} + \vartheta_\omega \\ U &= U_0 + u \end{aligned}\right\}$$

לינאריזציה:

$$m(\dot{V}_0 + \dot{\vartheta}) = F(V_0, V_{\omega_0}, U_0) + \left.\frac{\partial F}{\partial V}\right|_0 \vartheta + \left.\frac{\partial F}{\partial V_\omega}\right|_0 \vartheta_\omega + \left.\frac{\partial F}{\partial U}\right|_0 u$$

$$m\dot{V}_0 = F(V_0, V_{\omega_0}, U_0)$$

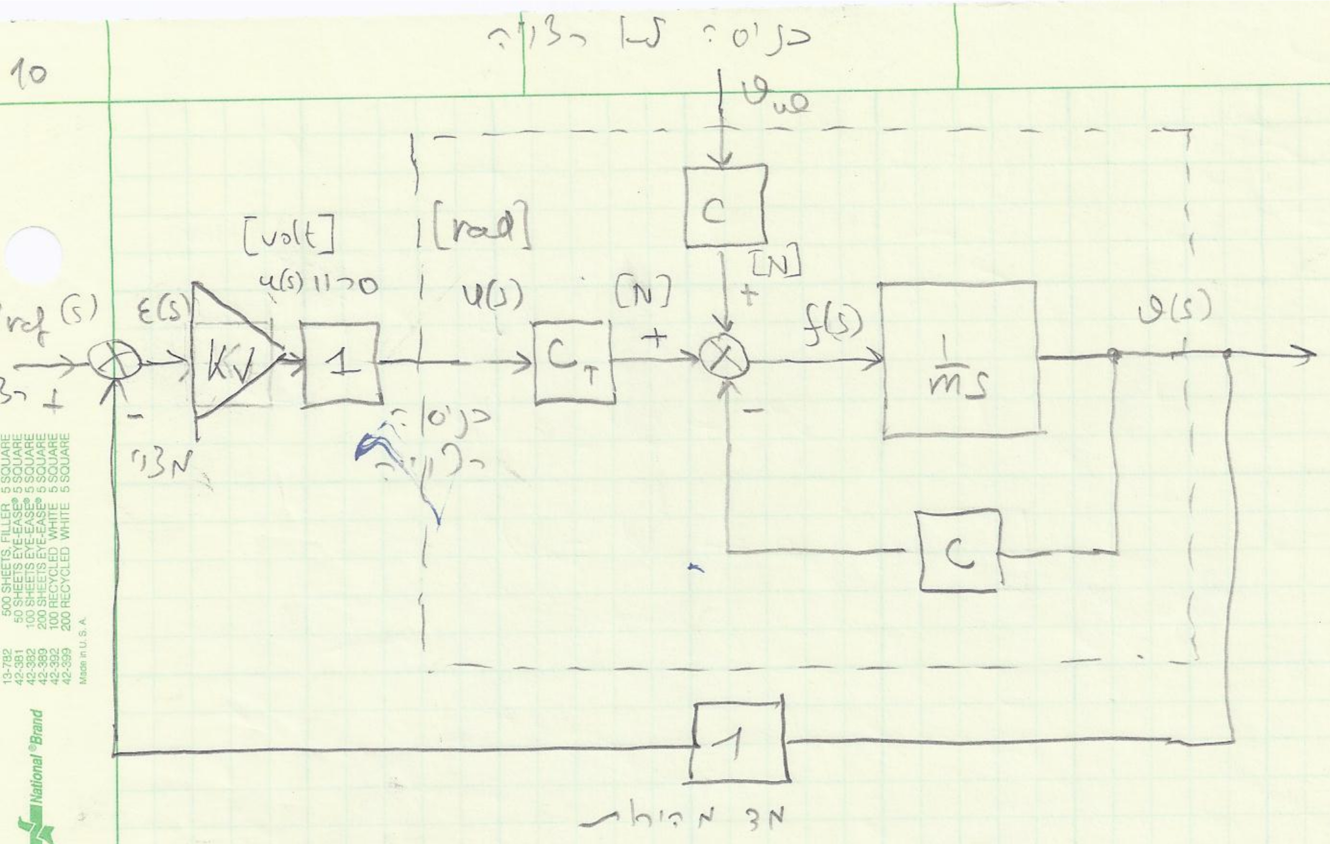
$$m\dot{\vartheta} = \underbrace{-2C_v(V_0 - V_{\omega_0})}_{C} \cdot \vartheta + \underbrace{2C_v(V_0 - V_{\omega_0})}_{C} \vartheta_\omega + C_T u$$

$$m\dot{\vartheta} = -C(\vartheta - \vartheta_\omega) + C_T \cdot u$$

$$m s \vartheta(s) = \underbrace{-C[\vartheta(s) - \vartheta_\omega(s)] + C_T u(s)}_{f(s)}$$

חוג בקרה:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= \vartheta_{ref} - \vartheta \\ u &= K_\vartheta \cdot \varepsilon \end{aligned}\right\}$$



$$\theta(s) = \frac{1}{ms}\cdot\left\{ C\cdot\left[\theta_w(s) - \theta(s)\right] + C_T\cdot 1\cdot K_\theta\left[\theta_{ref}(s) - 1\cdot\theta(s)\right]\right\}$$

$$\left[ms + C + C_T K_\theta\right]\theta(s) = C\,\theta_w(s) + C_T K_\theta\cdot\theta_{ref}(s)$$

$$\theta(s) = \underbrace{\frac{C_T K_\theta/m}{s + \left[C + C_T K_\theta\right]/m}}_{\text{כניסה: רצויה}}\,\theta_{ref}(s) + \underbrace{\frac{C/m}{s + \left[C + C_T K_\theta\right]/m}}_{\text{הפרעה}}\,\theta_w(s)$$

$$\theta(s) = \frac{C_1}{\tau s + 1}\cdot\theta_{ref}(s) + \frac{C_2}{\tau s + 1}\,\theta_w(s)$$

$$\tau \triangleq \frac{m}{C + C_T K_\theta}\ ;\quad C_1 \triangleq \frac{C_T K_\theta}{C + C_T K_\theta}\ ;\quad C_2 = \frac{C}{C + C_T K_\theta}$$

$$\varepsilon(s) = \vartheta_{ref}(s) - \vartheta(s)$$

$$\varepsilon(s) = \left[1 - \frac{C_1}{\tau s+1}\right]\vartheta_{ref}(s) - \frac{C_2}{\tau s + 1}\vartheta_g(s)$$

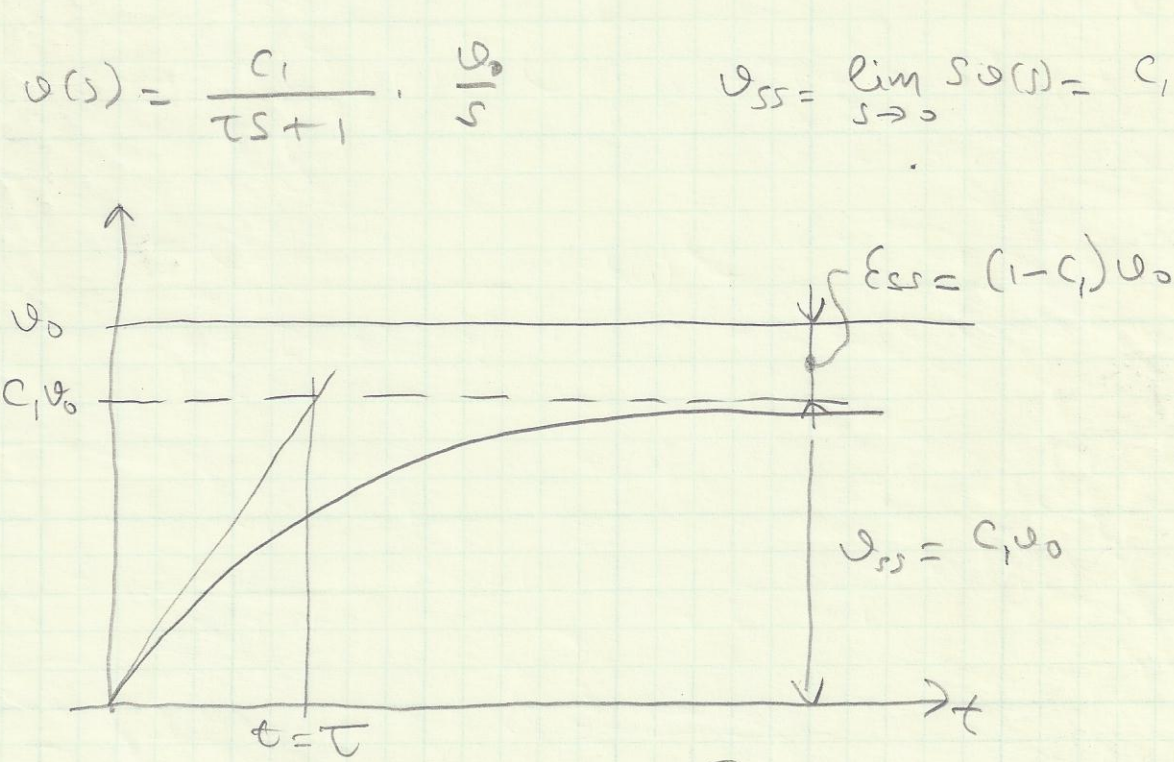
נתבונן ב 2 מקרים:

.1 $\vartheta_{ref} = \frac{\vartheta_0}{s}$; $\vartheta_w = 0$

(מדרגה:)

$$\varepsilon(s) = \left[1 - \frac{C_1}{\tau s+1}\right]\frac{\vartheta_0}{s} \qquad \varepsilon_{ss} = \lim_{s\to 0} s\,\varepsilon(s) = (1-C_1)\vartheta_0$$

$$\vartheta(s) = \frac{C_1}{\tau s+1}\cdot\frac{\vartheta_0}{s} \qquad \vartheta_{ss} = \lim_{s\to 0} s\,\vartheta(s) = C_1\vartheta_0$$

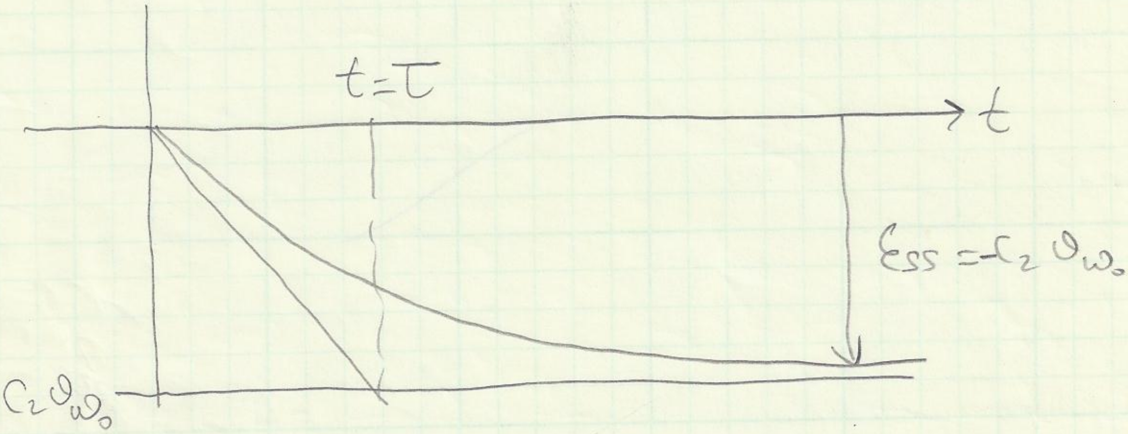


אם K_ϑ גדול $\Leftarrow$ $C_1 \overset{\Delta}{=} \frac{C_T K_\vartheta}{C + C_T K_\vartheta} \to 1$ $\leftarrow$ $\begin{cases}\varepsilon_{ss} \to 0 \\ \vartheta_{ss} \to \vartheta_0\end{cases}$

.2 $\theta_{\omega}(s) = \frac{\theta_{\omega_0}}{s}$ $\quad \theta_{ref}(s) = 0$

$$\mathcal{E}(s) = -\frac{C_2}{(\tau s+1)} \frac{\theta_{\omega_0}}{s} \Rightarrow$$

$$\mathcal{E}_{ss} = \lim_{s \to 0} s\mathcal{E}(s) = -C_2\theta_{\omega_0}$$



אם k_θ גדול: $\quad C_2 = \frac{c}{c + C_T k_\theta} \to 0$

$\mathcal{E}_{ss} \to 0$

במה אנחנו מעוניינים:

(1) τ קטן ⇐ k_θ גדול

(2) $\mathcal{E}_{ss}$ קטן ⇐ k_θ גדול

לכן k_θ, הגבר המגבר — משפר לנו:

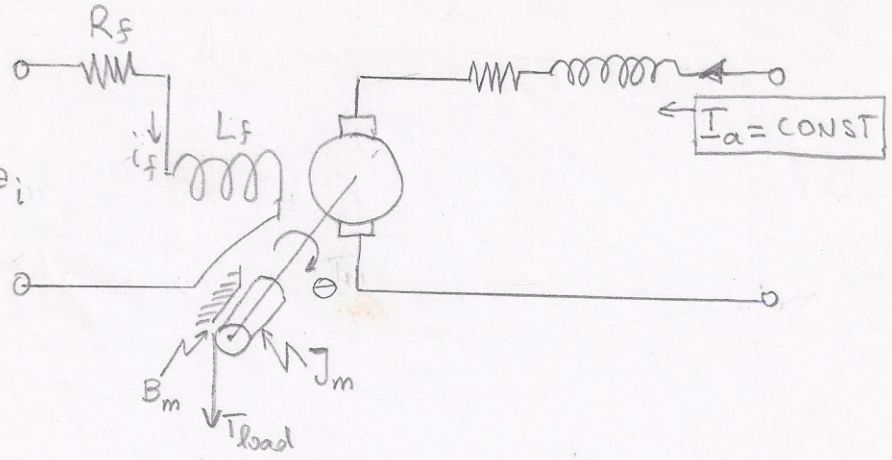
(1) מהירות התגובה

(2) דיוק המערכת במצב המתמיד

(3) יכולת לסבול הפרעות חיצוניות

משוואות ואנלוגיות של אלמנטי בקרה

1) מנוע סרוו DC (מבוקר ע"י השדה המגנטי)



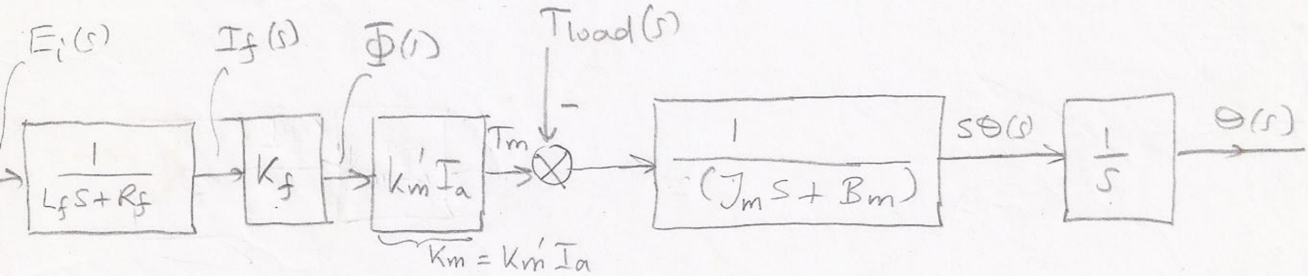
$$e_i(t) = R_f\, i_f(t) + L_f \frac{d\,i_f(t)}{dt} \Longrightarrow E_i(s) = R_f I_f(s) + s L_f I_f(s) \quad (1)$$

$$\phi(t) = K_f\, i_f(t) \Longrightarrow \Phi(s) = K_f I_f(s) \quad (2)$$

$$T_m(t) = K_m' I_a \phi(t) \Longrightarrow T_m(s) = K_m' I_a \Phi(s) \quad (3)$$

$$J_m \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = T_m - B_m \frac{d\theta(t)}{dt} - T_{load}(t) \Longrightarrow \left[J_m s^2 + B_m s\right]\theta(s) = T_m(s) - T_{load}(s) \quad (4)$$

$$s\,\theta(s) = \frac{T_m(s) - T_{load}(s)}{\left[J_m s + B_m\right]}$$



$$\theta(s) = \frac{\frac{K_f\ K_m}{R_f\ B_m}}{s\left(\frac{L_f}{R_f}s+1\right)\left(\frac{J_m}{B_m}s+1\right)} E_i(s) - \frac{\frac{1}{B_m}}{s\left(\frac{J_m}{B_m}s+1\right)} T_{load}(s)$$

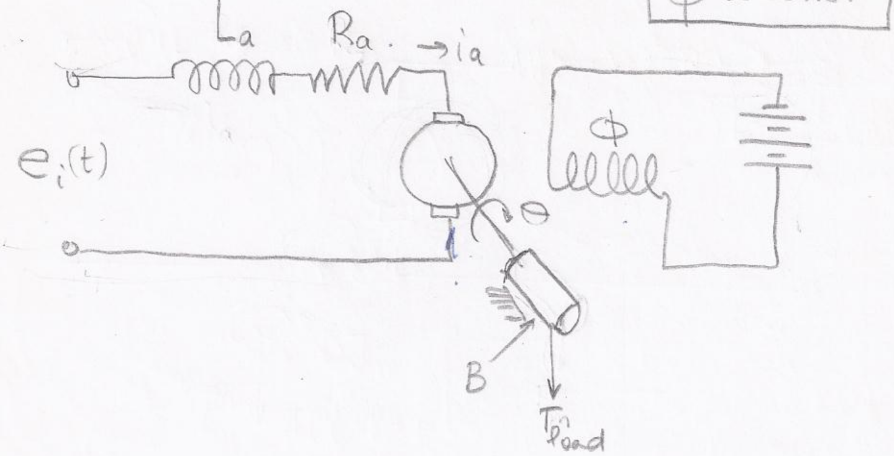
(↑ τ_f , ↑ τ_m)

קבוע הזמן החשמלי — $\tau_f = \frac{L_f}{R_f}$

" " המכני — $\tau_m = \frac{J_m}{B_m}$

2) מנוע סרוו D.C (בקרה דרך העוגן), מנוע ממנט

$$\boxed{\phi = const}$$



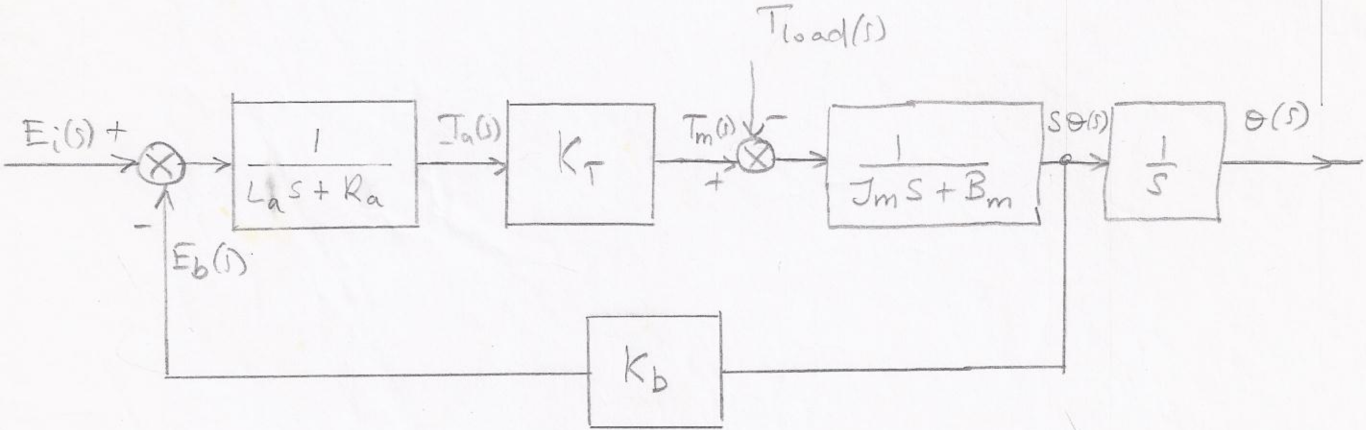
$$\phi = const$$

$$e_i(t) - e_b(t) = L_a \frac{d i_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) \Rightarrow E_i(s) - E_b(s) = (L_a s + R_a) I_a(s)$$

$$e_b(t) = K_b \frac{d\theta(t)}{dt} \Rightarrow E_b(s) = K_b \, s\, \theta(s)$$

$$T_m(t) = K_m' \phi \, i_a(t) \Rightarrow T_m(s) = \overbrace{K_m' \phi}^{K_T} I_a(s)$$

$$J_m \frac{d^2\theta}{dt^2} = T_m(t) - B\frac{d\theta(t)}{dt} - T_{load}(t) \Rightarrow s\theta(s) = \frac{T_m(s) - T_{load}(s)}{[J_m s + B_m]}$$



אם $\tau_a = \frac{L_a}{R_a}$ זניח $\frac{1}{L_a s + R_a} \leftarrow$ ~ $\frac{1}{R_a}$

$$\Theta(s) = \frac{\frac{k_T}{R_a}}{s(J_m s + B_m)} E_i(s) - \frac{\frac{k_T k_b}{R_a}}{(J_m s + B_m)} \Theta(s) - \frac{T_{load}(s)}{s(J_m s + B_m)}$$

$$\Theta(s) \left\{ 1 + \frac{\frac{k_T k_b}{R_a}}{(J_m s + B_m)} \right\} = \frac{\frac{k_T}{R_a}}{s(J_m s + B_m)} - \frac{T_{load}(s)}{s(J_m s + B_m)}$$

$$\Theta(s) = \frac{\frac{k_T}{R_a}}{s(J_m s + B_m + \frac{k_T k_b}{R_a})} E_i(s) - \frac{T_{load}}{s(J_m s + B_m + \frac{k_T k_b}{R_a})}$$

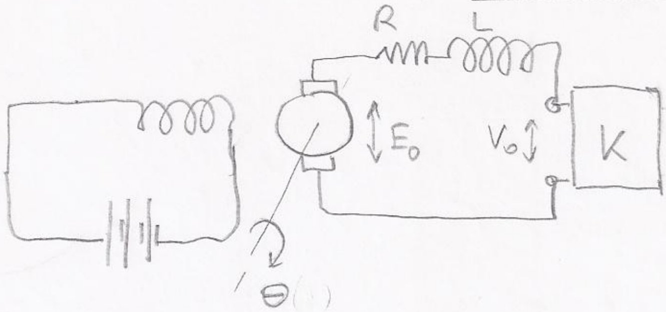
$$\Theta(s) = \frac{C_1}{s(\tau_m s + 1)} E_i(s) - \frac{C_2 \, T_{load}(s)}{s(\tau_m s + 1)}$$

$$\tau_m = \frac{J_m}{B_m + \frac{k_T k_b}{R_a}}$$

$$C_1 = \frac{\frac{k_T}{R_a}}{B_m + \frac{k_T k_b}{R_a}}$$

$$C_2 = \frac{1}{B_m + \frac{k_T k_b}{R_a}}$$

3) טכוגנרטור DC



גנרטור שיוצר מתח יחסי למהירות הסיבוב.
משתמשים בו כמתמר מהירות סיבוב של הציר בצורה יחסי למתח

$$E_0 = K\omega$$

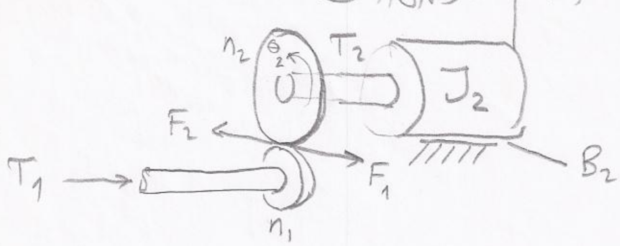
$$E_0(s) = K s \Theta(s)$$

אימפדנס של המגבר גבוה מאוד ← אין זרם ←

$$V_0(s) = E_0(s)$$

$$\boxed{V_0(s) = K s \Theta(s)}$$

4) העברת J ; B דרך תמסורת



$$F_1 = F_2 \longrightarrow \frac{T_1}{n_1} = \frac{T_2}{n_2}$$

$$T_2 = J_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + B_2 \frac{d\theta_2}{dt}$$

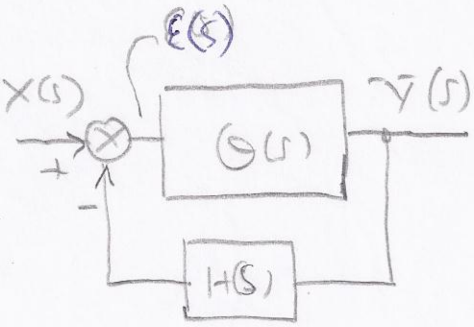
$$\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\theta_1 \longrightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} T_2 &= J_2\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\frac{d^2\theta_1}{dt^2} + B_2\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\frac{d\theta_1}{dt} \\ T_1 &= \frac{n_1}{n_2}T_2 \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$

$$T_1 = J_2\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\frac{d^2\theta_1}{dt^2} + B_2\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$\boxed{J_{1eq} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 J_2} \qquad \boxed{B_{1eq} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 B_2}$$

תכונות המשוב



בחוג פתוח: $Y(s)=G(s)X(s)$

חוג סגור:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon(s)&=X(s)-H(s)Y(s)\\ Y(s)&=G(s)\,\varepsilon(s)\end{aligned}\right\}$$

$$Y(s)=G(s)\left[X(s)-H(s)Y(s)\right]$$

$$Y(s)\left[1+G(s)H(s)\right]=G(s)X(s)$$

$$Y(s)=\left[\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}\right]X(s)$$

רגישות לשינויים ב-G (B מספים לג A)

הגדרת רגישות:

$$S_B^A=\frac{\frac{dA}{A}}{\frac{dB}{B}}$$

שינוי יחסי ב-A עקב שינוי ב B
מחולק בשינוי היחסי ב B

נניח ש הפרש הפלט $|G_j| \leftarrow |G(j\omega)| \leftarrow G$ ט=K

המגבר הכולל: G ההגדרה הכולל K, איך K מושפע מ G?

ללא משוב:

$$S_G^K \quad K=G \rightarrow \quad S_G^G = \frac{\frac{dG}{G}}{\frac{dG}{G}} = 1$$

עם משוב

המגבר הכולל כולו:

$$\bar{G} = \left[\frac{G}{1+GH}\right]$$

$$S_G^{\bar{G}} \triangleq \frac{\frac{d\bar{G}}{\bar{G}}}{\frac{dG}{G}}$$

← סנסיטיביות ב G

[illegible]

$$\frac{d\bar{G}}{dG} = \frac{d\left[\frac{G}{1+GH}\right]}{dG} = \frac{[1+GH]-GH}{(1+GH)^2} = \frac{1}{(1+GH)^2}$$

$$\frac{d\bar{G}}{\bar{G}} = \frac{d\bar{G}}{dG}\frac{dG}{\bar{G}} = \frac{1}{(1+GH)^2}\frac{dG}{\frac{G}{(1+GH)}} = \frac{1}{(1+GH)}\frac{dG}{G}$$

$$S_G^{\bar{G}} = \frac{\frac{1}{1+GH}\frac{dG}{G}}{\frac{dG}{G}} = \frac{1}{1+GH}$$

עבור $GH>>1$ הרגישות קטנה!

שיפור לגבי המגבר הפתוח

בדוגמה נבדוק:

$$S_H^{\bar G} = \frac{\frac{d\bar G}{\bar G}}{\frac{dH}{H}}$$

שינוי רק ב H ←

$$\frac{d\bar G}{dH} = \frac{d}{dH}\left[\frac{G}{1+GH}\right] = -\frac{G^2}{(1+GH)^2}$$

$$\frac{d\bar G}{\bar G} = \frac{d\bar G}{dH}\frac{dH}{\left(\frac{G}{1+GH}\right)} = -\frac{G^2}{(1+GH)^2}\frac{dH}{\frac{G}{1+GH}} = -\frac{G}{(1+GH)}dH$$

$$S_H^{\bar G} = -\frac{\frac{G}{1+GH}dH}{\frac{dH}{H}} = -\frac{GH}{(1+GH)}$$

עבור $GH \gg 1$ הרגישות -1

עבור $GH \ll 1$ הרגישות [illegible] G (openloop)

כאן לראות בקלות שכול מגבר — קבוע

$\bar G = \frac{G}{1+GH}$ אם $GH \gg 1$ ← $\bar G \to \frac{1}{H}$

← מה שקובע הוא המשוב!! ← עבור

$\bar G = 1 \leftarrow H = 1$
$GH \to \gg$

עבור GH גדול

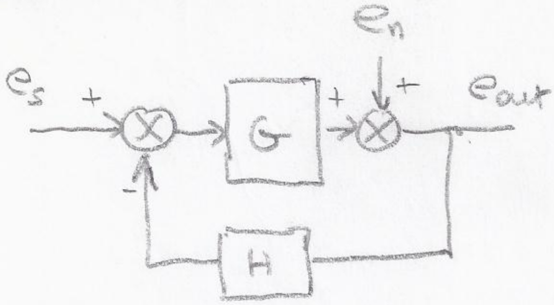
→ $\bar G = \frac{1}{H}$ →

$$S_H^{\bar G} = \frac{\frac{d\bar G}{\bar G}}{\frac{dH}{H}} = \frac{\frac{d(\frac{1}{H})}{\frac{1}{H}}}{\frac{dH}{H}} = \frac{\frac{d(\frac{1}{H})}{dH}\frac{dH}{\frac{1}{H}}}{\frac{dH}{H}} = \frac{-\frac{1}{H^2}\frac{dH}{\frac{1}{H}}}{\frac{dH}{H}} = -1$$

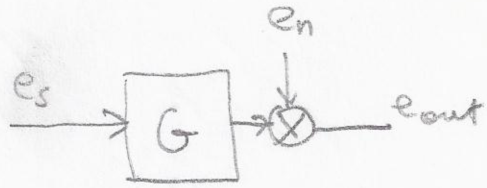
יש שני רעשים:
(1) רעש מערכת
(2) רעש מדידה

תכונות המשוב לגבי רעשים:

רעש מערכת



חוג סגור



חוג פתוח

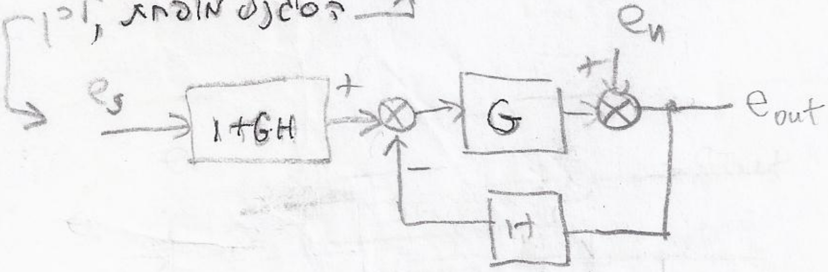
$$e_{out} = e_n + G\cdot(e_s - H\cdot e_{out})$$

$$e_{out}(1+GH) = G\cdot e_s + e_n$$

$$e_{out} = \underbrace{\frac{G}{1+GH} e_s}_{\text{סיגנל}} + \underbrace{\frac{1}{1+GH}\cdot e_n}_{\text{רעש}}$$

$$e_{out} = \underbrace{G\cdot e_s}_{\text{סיגנל}} + \underbrace{e_n}_{\text{רעש}}$$

הסיגנל מופחת, לכן



$$e_{out} = G\cdot e_s + \frac{1}{1+GH} e_n$$

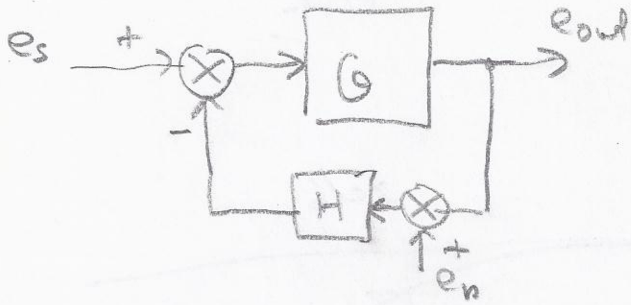
$$e_{out} = G\cdot e_s + e_n$$

$$SNR = \frac{\text{אות}}{\text{רעש}} = G\cdot(1+GH)\cdot\left(\frac{e_s}{e_n}\right)$$

יותר גדול!

$$\frac{\text{אות}}{\text{רעש}} = G\left(\frac{e_s}{e_n}\right)$$

רעש מציצה



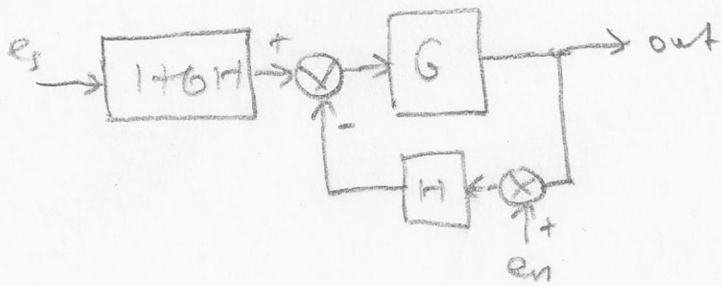
רעש מציצה

$$e_{out} = G\,(e_s - H\cdot e_n - H\cdot e_{out})$$

$$[1+GH]\,e_{out} = G\cdot e_s - GH\cdot e_n$$

$$e_{out} = \frac{G}{1+GH}\,e_s - \frac{GH}{1+GH}\,e_n$$

כלומר = פתרון, להכפיל את G e_s ב $1+GH$ ⇐



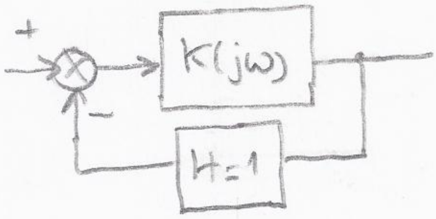
$$e_{out} = G\cdot e_s - \frac{GH}{1+GH}\,e_n$$

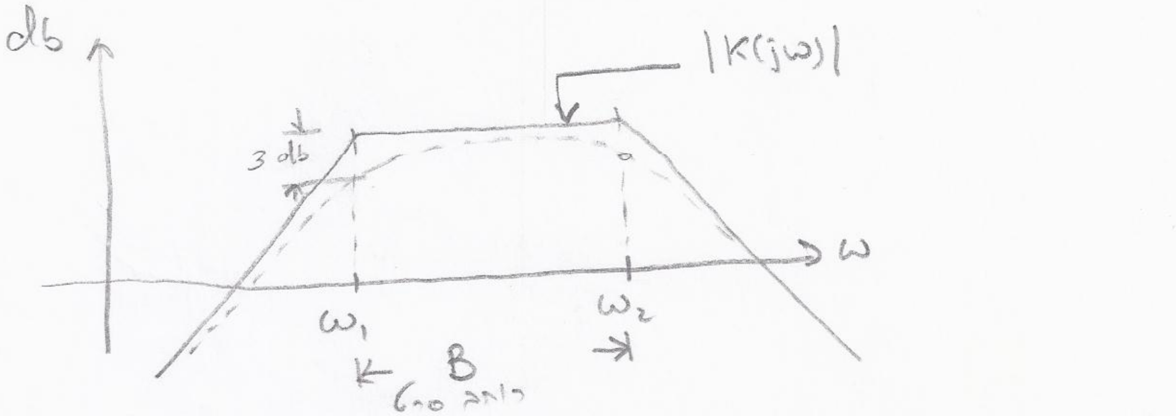
$$\frac{\text{סיגנל}}{\text{רעש}} = \frac{G}{GH}(1+GH)\frac{e_s}{e_n} = \frac{1+GH}{H}\frac{e_s}{e_n} \approx G\frac{e_s}{e_n} \Rightarrow$$

לא פשוט!

השפעת המשוב על רוחב הסרט

מגבר HiFi עם סרט: למה כדאי להרכיב משוב?





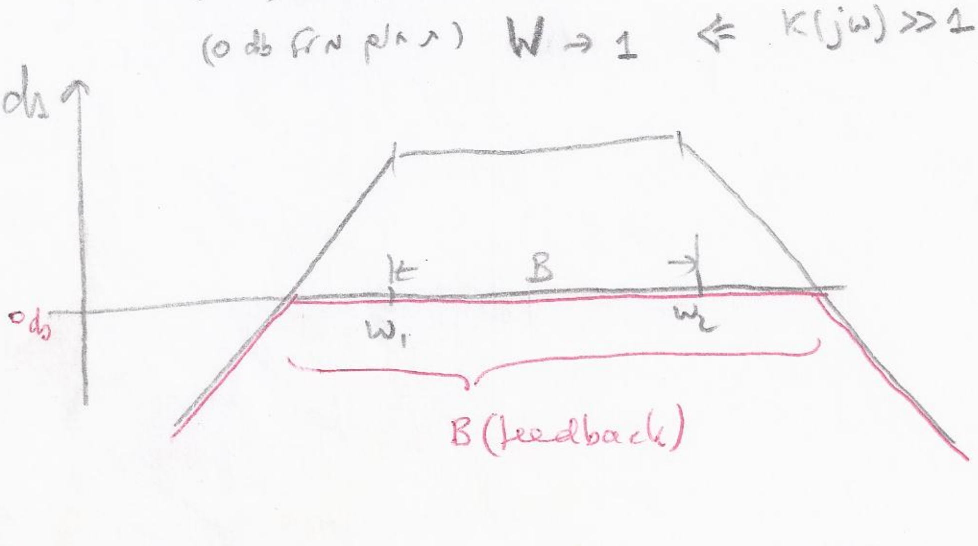
ב ω_1 ו ω_2 יש ירידה של 3db ; לפי הגדרת רוחב הסרט נמדד בין התדירות ω_1 ו ω_2

את הרווח של המעגל הסגור:

$$W = \frac{|K(j\omega)|}{|1 + K(j\omega)|}$$

א. $K(j\omega) \ll 1 \Leftarrow W \to |K(j\omega)|$ (תחום מתחת 0db)

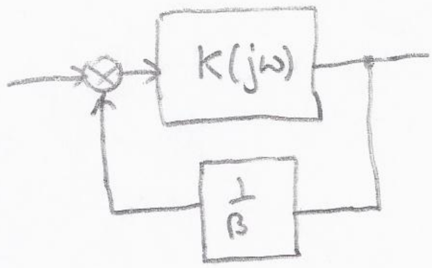
ב. $K(j\omega) \gg 1 \Leftarrow W \to 1$ (תחום מעל 0 db)



- אם רוצים הגבר 1 ← משוב ומגבר + $K(j\omega)$ גדול

ומקבלים רוחב סרט גדול

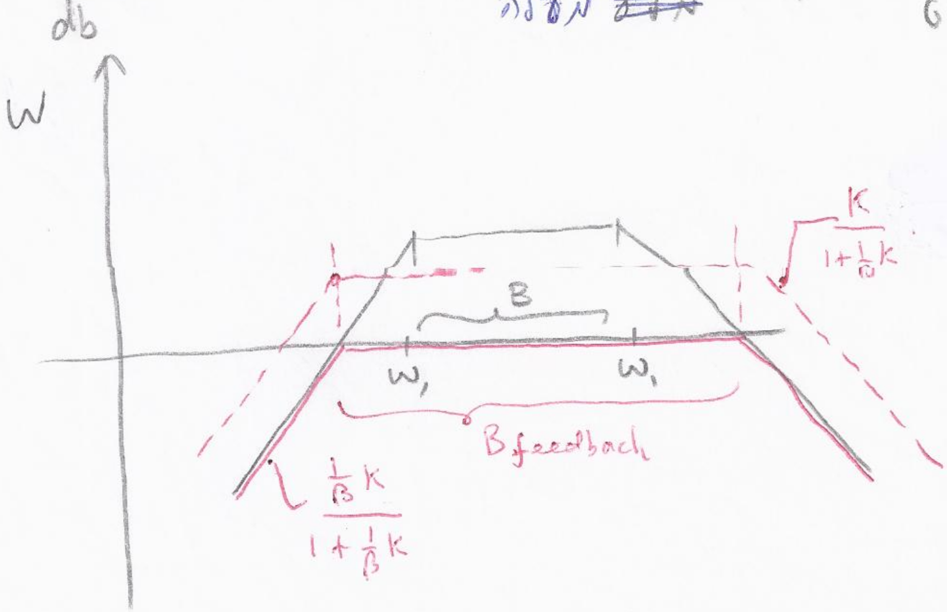
- אם רוצים הגבר > 1 נותנים $K(j\omega)$ גדול ומשוב $\frac{1}{\beta}$



$$W = \frac{|K(j\omega)|}{|1 + \frac{1}{\beta}K(j\omega)|} = \beta \frac{|\frac{1}{\beta}K(j\omega)|}{|1 + \frac{1}{\beta}K(j\omega)|}$$

מגדיל את כול הגרף למעלה

נותן הגבר 1 בתחום רוחב הסרט

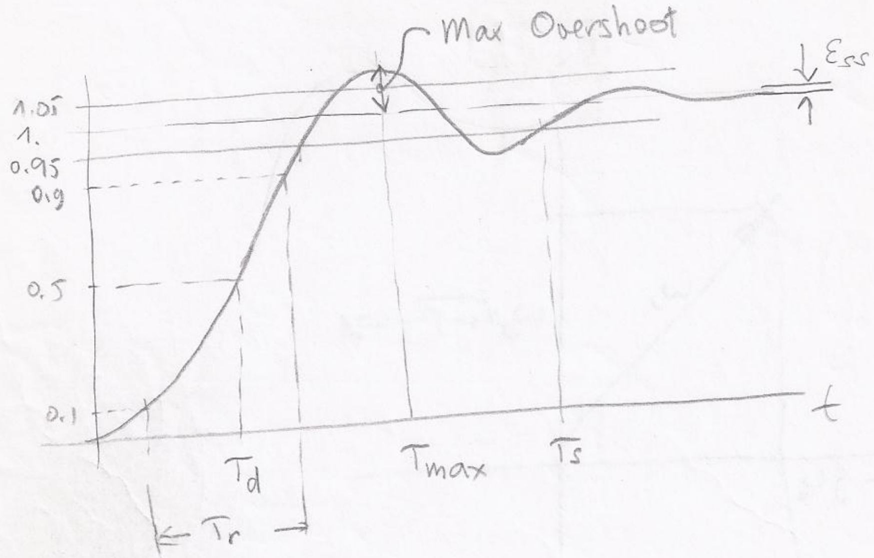


ביצועי מערכת משוב במישור הזמן

א). ביצועים בזמן המעבר

ב). ביצועים במצב המתמיד; השגיאה במצב המתמיד
לפי כניסות בוחן

תגובה של המערכת על מדרגה היא:



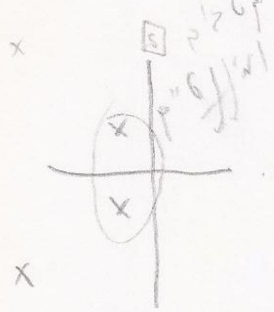
א. Overshoot ב % מעל 1.0

ב. T_{max} (Peak Time)

ג. T_d זמן השהיה (Delay Time)

ד. T_r זמן עליה מ-0.1-0.9 (rise time) 0.1–0.9

ה. T_s זמן התייצבות (Settling time) 5%



תגובת המערכת מסדר שני

סדר שני ← ביטויים אנליטיים

סדר יותר גבוה ← אם יש שני קטבים קרובים ל 0 מאוד ושאר הקטבים רחוקים יותר (קטבים דומיננטיים!)

המערכת מאוד סלוחה

$$X(s) \rightarrow \boxed{\frac{\omega_0^2}{s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2}} \rightarrow Y(s)$$

עבור $X(s)=\frac{1}{s}$ ←

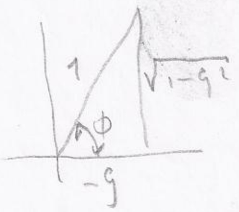
$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\,\frac{\omega_0^2}{s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2}\right]$$

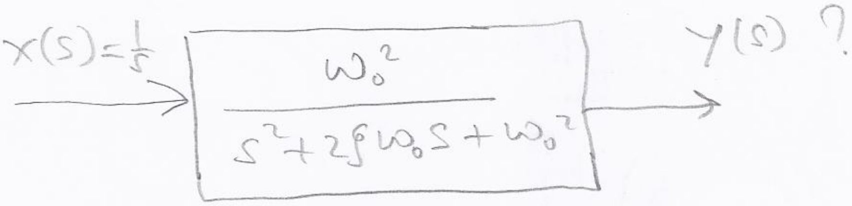
הקטבים $s_{1,2}=-\zeta\omega_0 \pm j\underbrace{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}$

הפתרון:

$$y(t)=1+\frac{e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\left[\omega_d t-\phi\right]$$

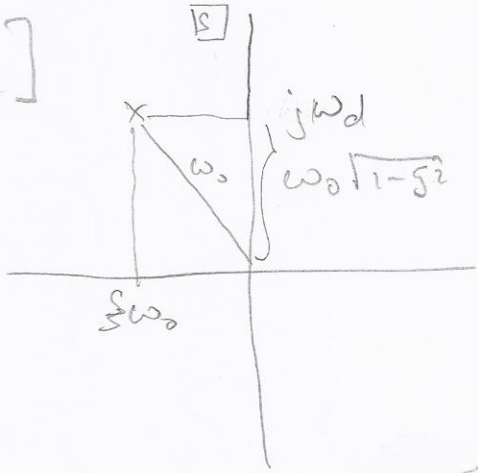
$$\phi=\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}\right)$$



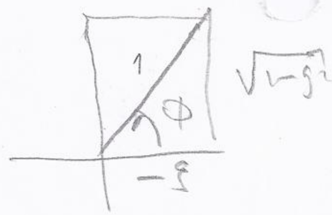


$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\cdot\frac{\omega_0^2}{s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2}\right]$$

$$s_{1,2}=-\zeta\omega_0\pm j\underbrace{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}$$



$$y(t)=1+\frac{e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin[\omega_d t-\phi]$$



$$\phi=\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}\right)$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{-\zeta\omega_0 e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin[\omega_d t-\phi]+e^{-\zeta\omega_0 t}\overbrace{\frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}}}^{\triangleq\,\omega_0}\cos[\omega t-\phi]$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{\omega_0 e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cdot\underbrace{\left[\overbrace{(-\zeta)}^{\triangleq\cos\phi}\sin(\cdot)+\overbrace{\sqrt{1-\zeta^2}}^{\triangleq\sin\phi}\cdot\cos(\cdot)\right]}_{\sin(\cdot+\phi)=\sin\omega_d t}$$

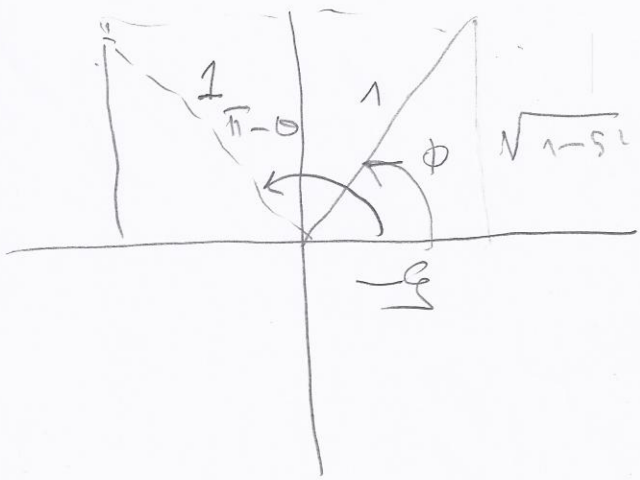
$$\boxed{\frac{dy}{dt}=\frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cdot e^{-\zeta\omega_0 t}\cdot\sin\omega_d t}$$

$$\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow \omega_d t = \pi \quad t = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$y(t) = 1 + \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left[\omega_d t - \phi\right]$$

$$y(t) = 1 + \frac{e^{-\xi\omega_0 \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \underbrace{\sin\left[\omega_d \cdot \frac{\pi}{\omega_d} - \phi\right]}_{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$y(t) = 1 + e^{-\frac{\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$



כדי למצוא את המקסימום: $\quad -\frac{\zeta}{1} = \cos\phi \quad \sqrt{1-\zeta^2} = \sin\phi$

מחפשים את $\frac{dy}{dt}$! $\frac{dy}{dt} = 0$

$$\frac{dy(t)}{d(t)} = -\frac{\zeta\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot e^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\omega_d t - \phi) + \frac{e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \omega_d \cos(\omega_d - \phi)$$

$$= \frac{\omega_0 e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \left[-\zeta \sin(\,) + \sqrt{1-\zeta^2} \cdot \cos(\,)\right]$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\omega_d t) \qquad t \geq 0$$

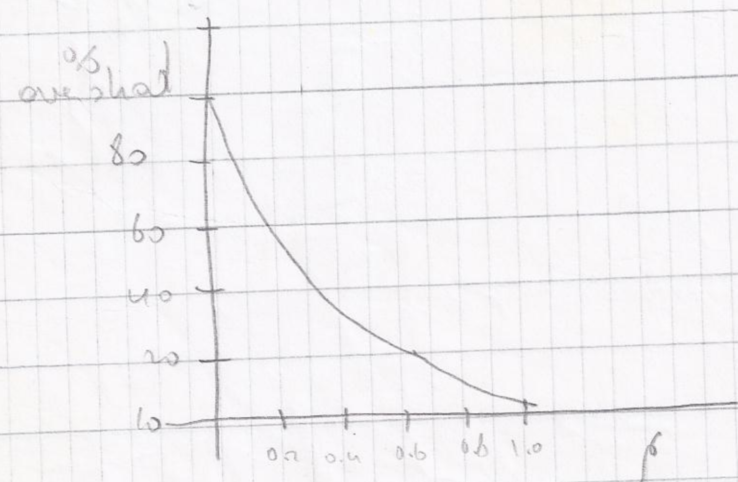
מקסימום הראשון יקרה $\quad \omega_d t = \pi$

$$t = \frac{\pi}{\omega_d} \qquad t = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}} \longrightarrow y(t)$$

$$y(t) = 1 + \frac{e^{-\zeta\omega_0 \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}}}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\pi - \phi) = 1 + e^{-\zeta\frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$\sin(\pi-\phi) \downarrow \sqrt{1-\zeta^2}$

$$(\text{overshoot})_{\%} = (y_{max} - 1)_{\%} = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \, 100\%$$

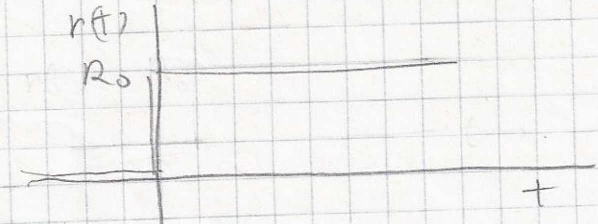


Kuo
automatic control systems
p. 337.

2/11/80

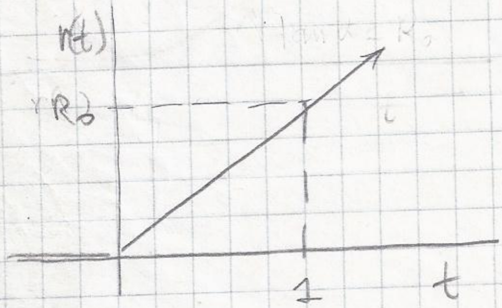
לבדיקת בסיסים (סטנ"ים) מכניסים
למערכת אותות שהן אופייניים:

1). <u>מדרגת מקום</u> (Step displacement)



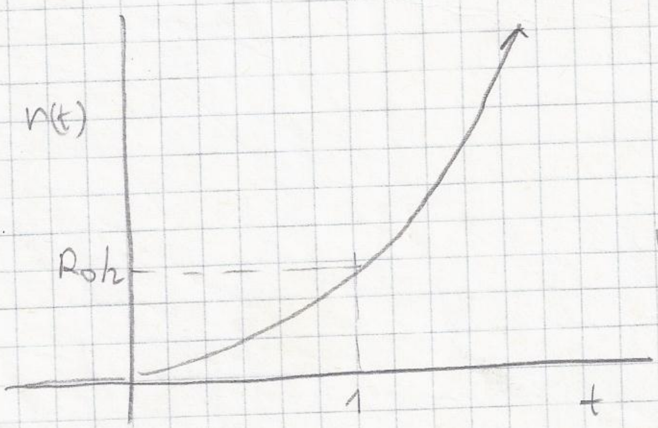
$$r(t) = R_0 \cdot u(t)$$

2). <u>מדרגת מהירות</u>, (Step velocity or "ramp")



$$r(t) = R_0 t \cdot u(t)$$

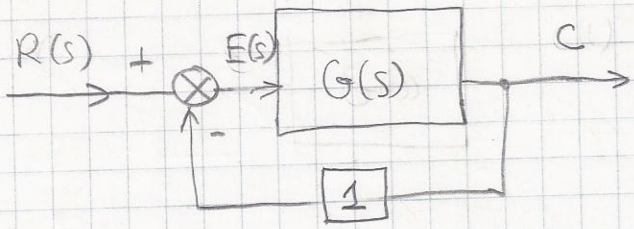
3). <u>מדרגת תאוצה:</u> (Step acceleration)



$$r(t) = \frac{R_0}{2} t^2 \cdot u(t)$$

נתבונן במערכת עם משוב יחידה? (H=1)

מערכת "עוקב"



השגיאה: E(s) נתון ע"י

$$E(s) = R(s) - C(s) = R(s) - G(s)E(s) \rightarrow$$

$$\boxed{E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}}$$

אנו מעונינים בשגיאה במצב המתמיד, עבור מערכת יציבה

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{t \to \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \to 0} s\,E(s) = \lim_{s \to 0} s \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

השגיאה תלויה ב R(s) ! G(s) !!

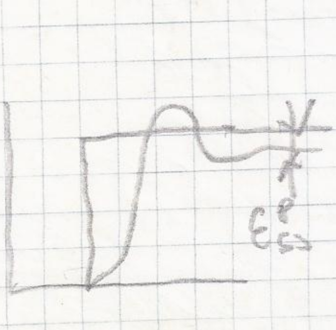
1) מדרגה:

$$r(t) = R_0\,u(t)$$

$$R(s) = \frac{R_0}{s}$$

$$\varepsilon_{ss}^{p} = \lim_{s \to 0} s \frac{\frac{R_0}{s}}{1 + G(s)} \rightarrow$$

$$\varepsilon_{ss}^{p} = \frac{R_0}{1 + \lim_{s \to 0} G(s)}$$



נגדיר

$$\boxed{\begin{aligned} K_p &= \lim_{s \to 0} G(s) \\ \varepsilon_{ss}^{p} &= \frac{R_0}{1 + K_p} \end{aligned}}$$

<u>למטרות תכנון:</u>

$$\varepsilon_{ss}^{p}(1+k_p)=R_0 \rightarrow$$

$$K_p=\frac{R_0}{\varepsilon_{ss}}-1=\frac{R_0-\varepsilon_{ss}^{p}}{\varepsilon_{ss}^{p}}$$

$$K_p=\frac{\text{אות יציב מבוקש} - \varepsilon_{ss}\text{ מותר}}{\varepsilon_{ss}\text{ מותר}}$$

כלומר למטרות תכנון צריכים להגדיר:

1. אות היציב = המבוקש ב-ss
2. ε_{ss} המותר

לפי 2 הנתונים $K_p \rightarrow G(s)$

בגבולות נכונות,

ב). **<u>מדרגת מהירות:</u>**

$$r(t)=R_0 t\, u(t) \rightarrow R(s)=\frac{R_0}{s^2}$$

$$\varepsilon_{ss}^{v}=\lim_{s\to 0}\frac{s}{s^2}\frac{R_0}{(1+G(s))}=\lim_{s\to 0}\frac{R_0}{s+sG(s)}=\frac{R_0}{\lim_{s\to 0}sG(s)}$$

נגדיר

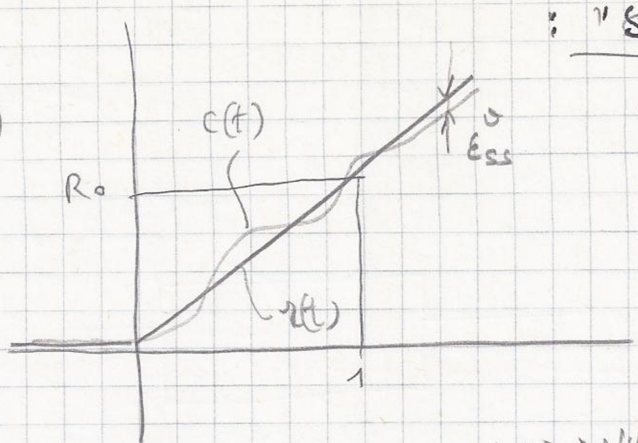
$$K_v=\lim_{s\to 0}sG(s)$$

$$\varepsilon_{ss}^{v}=\frac{R_0}{K_v}$$

פרוש הפיזי:

$r(t) = R_0 \cdot t\, u(t)$

$K_v = \frac{R_0}{\varepsilon_{ss}^v}$



יש לנו לתכנן

1) הערך הקבוע של מהירות היציאה הדרושה.

2) ε_{ss} המותר בעקיבה.

$\Downarrow$

K_v

$\Downarrow$

$sG(s)$

3) מדרגת תאוצה:

$$r(t) = \frac{R_0}{2} t^2 u(t) \rightarrow R(s) = \frac{R_0}{s^3}$$

$$\varepsilon_{ss}^a = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{R_0}{s^3(1+G(s))} = \frac{R_0}{\lim_{s \to 0} s^2 G(s)}$$

$K_a = \frac{R_0}{\varepsilon_{ss}^a}$

$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s)$$

$$\varepsilon_{ss} = \frac{R_0}{K_a}$$

1) ערך הקבוע של התאוצה הדרושה.

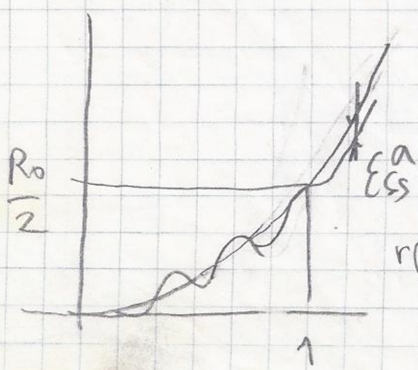
2) ε_{ss} המותר בעקיבה

$\Downarrow$

K_a

$\Downarrow$

$s^2 G(s)$



$r(t) = \frac{1}{2} R_0 t^2 \cdot u(t)$