שאלת בונוס - פיסיקה סטטיסטית ותרמית

- תאריך הגשה: 12.5.13 בשעה 18:00.
- ניקוד לשאלה: סעיף 1 : 2 נקודות. סעיף 2: נקודה אחת. (נקודות לציון הסופי)
- לא ניתן להגיש בזוגות. העבודה היא עצמאית (לא ניתן להתייעץ עם אף גורם) וכל חשד לשיתוף פעולה יגרור פסילה של כל העותקים החשודים.
- פתרון לא ברור לא ייבדק.
- אם הפתרון הוא נומרי יש להגיש גם את הקוד. ניתן להתייעץ עם המתרגלים לגבי שיטות נומריות.

סעיף 1

- בעמוד 92 בספר של $Callen$ ישנה שאלה שדנה בצימוד של שלוש מערכות עם קיבול חום קבוע ובמציאת הטמפרטורה הכי גבוהה שאפשר לחמם את את אחת המערכות (ראה קטע בהמשך מתוך $Callen$) . תנאי ההתחלה הוא $T_1 = 3$, $T_2 = 3.5$ ו $T_3 = 4$ ובפתרון מראים שהטמפרטורה המקסימלית היא $T_h = 4.095$ עבור תהליך הפיך.
- תכננו מערכת המורכבת משלושת תתי־המערכות כך שאחת מתת המערכות מגיעה ל T_h . הראו בצורה מפורשת שאכן אחת המערכות מגיעה לT_h.
- פתרון ללא הוכחה או הדגמה לא יקבל ניקוד. ניתן להראות בצורת חישוב או בצורה נומרית.

סעיף 2

- בפתרון של $Callen$ ישנם שני תהליכים הפיכים. הראשון מביא את אחת המערכות לטמפרטורה המקסימלית, T_h ואילו התהליך השני לא מגיע לT_h.
- תכננו מערכת המורכבת משלושת תתי־המערכות כך שתבצע את התהליך ההפיך השני. הראו בצורה מפורשת שאכן המערכת שלכם מגיעה לטמפרטורה הרלוונטית. והסבירו מה משמעות של טמפרטורה זו.
- פתרון ללא הוכחה או הדגמה לא יקבל ניקוד. ניתן להראות בצורת חישוב או בצורה נומרית.

הקטע מ $Callen$

An interesting variant of Example 1 is one in which three bodies (each of the type described in Example 1, with $U = CT$) have initial temperatures of 300 K, 350 K, and 400 K, respectively. It is desired to raise *one* body to as high a temperature as possible, independent of the final temperatures of the other two (and without changing the state of any external system). What is the maximum achievable temperature of the single body?

Solution

Designate the three initial temperatures, measured in units of 100 K, as T_1, T_2, and T_3 ($T_1 = 3$, $T_2 = 3.5$, and $T_3 = 4$). Similarly, designate the high temperature achieved by one of the bodies (in the same units) as T_h. It is evident that the two remaining bodies will be left at the *same* temperature T_c (for if they were to be left at different temperatures we could extract work, as in Example 1, and insert it as heat to further raise the temperature of the hot body). Then energy conservation requires

$$T_h + 2T_c = T_1 + T_2 + T_3 = 10.5$$

The total entropy change is

$$\Delta S = C \ln\left(\frac{T_c^2 T_h}{T_1 T_2 T_3}\right)$$

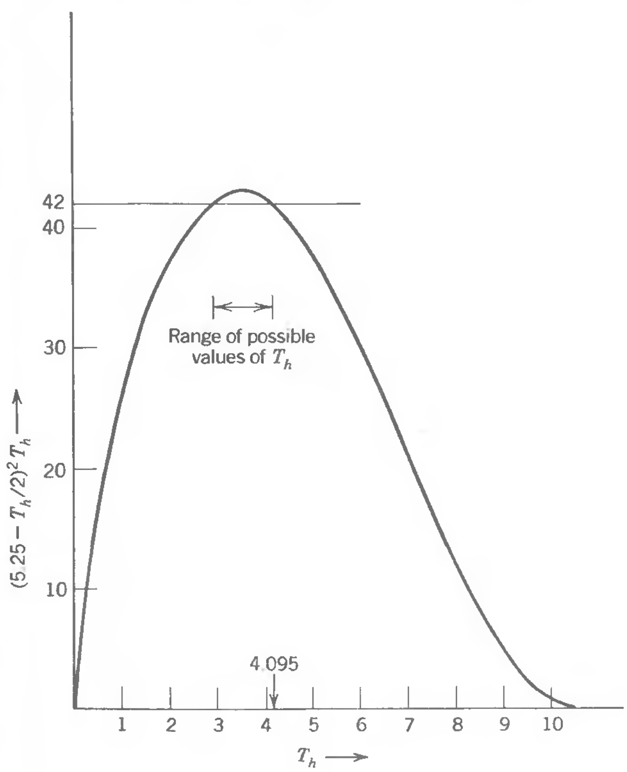
and the requirement that this be positive implies

$$T_c^2 T_h \geq T_1 T_2 T_3 \qquad (= 42)$$

Eliminating T_c by the energy conservation condition

$$\left(5.25 - \frac{T_h}{2}\right)^2 T_h \geq 42$$

A plot of the left-hand side of this equation is shown. The plot is restricted to values of T_h between 0 and 10.5, the latter bound following from the energy conservation condition and the requirement that T_c be positive. The plot indi-



cates that the maximum value of T_h, for which the ordinate is greater than 42, is

$$T_h = 4.095 \qquad (\text{or } T_h = 409.5 \text{ K})$$

and furthermore that this value satisfies the equality, and therefore corresponds to a reversible process.